

BÀI GIẢI

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$\text{a) } x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{5})^2 = 0$$

$$(\Delta' = \sqrt{5}^2 - 5 = 0)$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{5}$$

$$\text{b) } 4x^4 - 5x^2 - 9 = 0 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 1)(4x^2 - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3}{2}$$

Cách khác:

Đặt $t = x^2 \geq 0$

Phương trình thành: $4t^2 - 5t - 9 = 0 (a - b + c = 0)$

$$\Leftrightarrow t = -1 \text{ (loại) hay } t = \frac{9}{4}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 5y = -1 & (1) \\ 3x - 2y = 8 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = -1 & (1) \\ x - 7y = 9 & (3) \end{cases} \begin{matrix} \\ ((2) - (1)) \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 19y = -19 & ((1) - (3)) \\ x - 7y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\text{d) } x(x+3) = 15 - (3x-1)$$

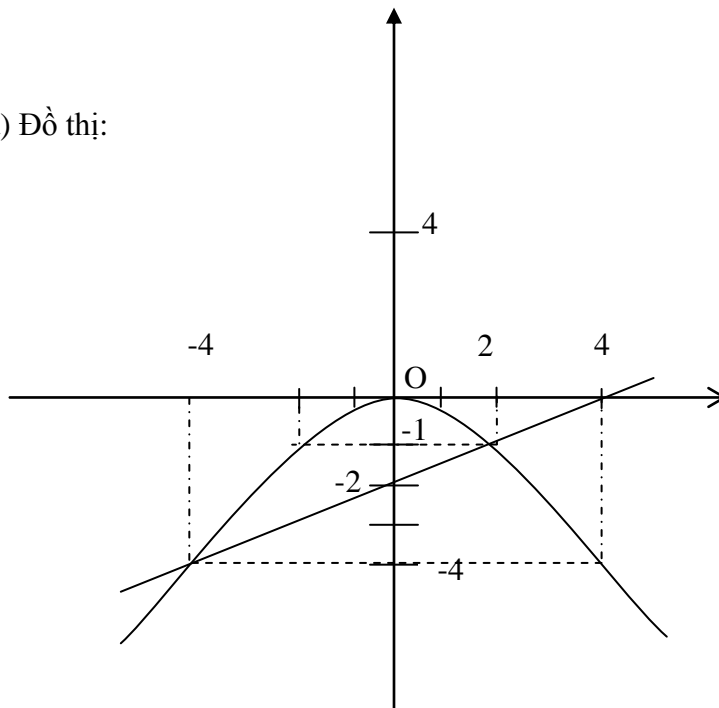
$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$(\Delta' = 25)$$

$$\Leftrightarrow x = -8 \text{ hay } x = 2$$

Bài 2:

a) Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua $O(0;0)$, $(\pm 1; -\frac{1}{2})$, $(\pm 4; -4)$

(D) đi qua $(4;0)$, $(-4; -4)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$-\frac{x^4}{4} = \frac{x}{2} - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \text{ hay } x = 2$$

$$y(-4) = -4, y(2) = -1$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là $(2; -1)$, $(-4; -4)$

Câu 3:

a) Thu gọn các biểu thức sau: $A = \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$

$$= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$$
$$= \frac{(2-\sqrt{3})^2 + (2+\sqrt{3})^2}{1} = 2(4+3) = 14$$

b) Gọi x là số tiền ông Sáu gửi ban đầu.

Suy ra, năm đầu tiên ông Sáu nhận được là: $(x + \frac{6x}{100}) = x + \frac{3x}{50}$

Năm thứ hai ông Sáu nhận được là: $x + \frac{3x}{50} + \left(x + \frac{3x}{50}\right) \frac{3}{50} = x + \frac{3x}{25} + \frac{9x}{50^2}$

Theo đề bài ta có

$$x + \frac{3x}{25} + \frac{9x}{50^2} = 112.360.000 \Leftrightarrow (2500 + 300 + 9)x = 112.360.000 \times 50^2$$

$$\Leftrightarrow 2809x = 11236 \times 25 \times 10^6 \Leftrightarrow x = 100.000.000 \text{ (đồng)}$$

Câu 4:

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) $\Delta' = m^2 - m + 2 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \forall m$

Do đó phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

b) $(1+x_1)(2-x_2) + (1+x_2)(2-x_1) = x_1^2 + x_2^2 + 2$

$$\Leftrightarrow 4 + x_2 + x_1 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2$$

$$\Leftrightarrow 2 + x_1 + x_2 = (x_1 + x_2)^2$$

$$\Leftrightarrow 2 + 2m = 4m^2$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ hay } m = -\frac{1}{2}$$

Câu 5 :

a) Ta có H là trực tâm tam giác ABC, do

$$BD \perp AC \text{ và } EC \perp AB$$

$$\Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow AF \perp BC$$

Ta có tứ giác HDCE nội tiếp

$$\Rightarrow HFD = HCD \text{ hay } AFD = ACE$$

b) Vì M là trung điểm của AH

\Rightarrow M là tâm đường tròn ngoại tiếp với tứ giác ADHE.

$$\Rightarrow MDH = MHD = BHF \text{ và } BDO = DBO$$

$$\text{và } FHB + FBH = 90^\circ$$

$$\Rightarrow MDH + HDO = 90^\circ \Rightarrow MD \perp OD$$

Tương tự $\Rightarrow ME \perp OE$

Vậy 5 điểm M, D, O, F, E cùng nằm trên đường tròn đường kính MO.

c) Xét 2 tam giác MDK và MFD đồng dạng có một góc chung là M.

Và $MDK = MFD$ (do chắn 2 cung bằng nhau MD và ME)

$$\Rightarrow \frac{MD}{MF} = \frac{MK}{MD} \Rightarrow MD^2 = MK.MF$$

Gọi I là giao điểm của MB và đường tròn (O). Ta có $IC \perp BM$ (chắn nửa đường tròn)

Gọi K' là giao điểm của IC và MF. K' là trực tâm của tam giác MBC. Vậy theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $MI.MB = MK'.MF = MK.MF$

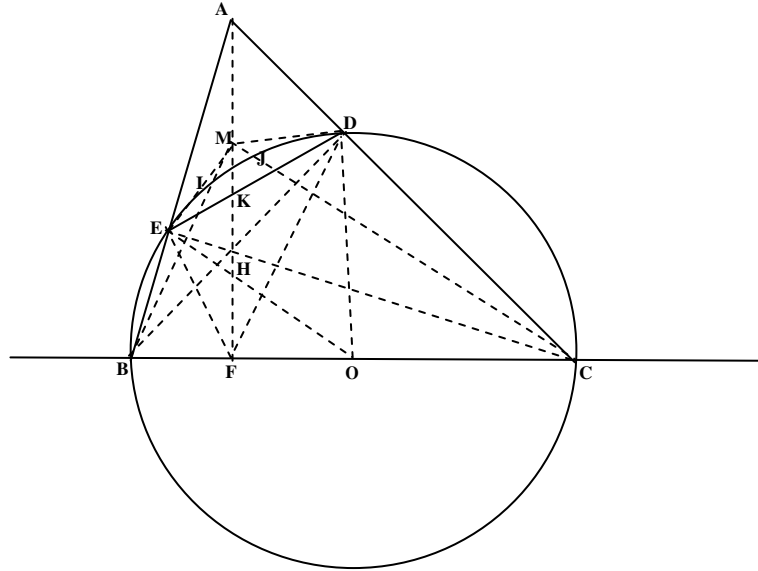
\Rightarrow K' trùng với K. Vậy K là trực tâm của tam giác MBC.

d) Do tính chất của trực tâm H trong tam giác ABC ta có $FH.FA = FB.FC$

Do K là trực tâm của tam giác MBC ta có : $FK.FM = FB.FC$

$$\Rightarrow 2FH.FA = FK.2FM = FK.(FH + FA) \text{ (vì M là trung điểm của AH nên } 2FM = FH + FA)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{FK} = \frac{1}{FH} + \frac{1}{FA}$$



ThS. Huỳnh Hoàng Dung; Nguyễn Đức Tấn
(THPT Vĩnh Viễn - TP.HCM)