

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014

Môn : TOÁN; khối D

Câu 1 (2,0 điểm): Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ (1)

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
 b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc bằng 9.

Câu 2 (1,0 điểm) : Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3z - \bar{z})(1 + i) - 5z = 8i - 1$.
 Tính môđun của z.

Câu 3 (1,0 điểm) : Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \sin 2x dx$.

Câu 4 (1,0 điểm):

- a) Giải phương trình: $\log_2(x-1) - 2\log_4(3x-2) + 2 = 0$
 b) Cho một đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

Câu 5 (1,0 điểm): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $6x + 3y - 2z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z - 11 = 0$. Chứng minh mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tìm tọa độ tâm của (C).

Câu 6 (1,0 điểm): Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt đáy. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC.

Câu 7 (1,0 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có chân đường phân giác trong của góc A là điểm D (1; -1). Đường thẳng AB có phương trình $3x + 2y - 9 = 0$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

Câu 8 (1,0 điểm): Giải bất phương trình: $(x+1)\sqrt{x+2} + (x+6)\sqrt{x+7} \geq x^2 + 7x + 12$

Câu 9 (1,0 điểm): Cho hai số thực x, y thỏa mãn các điều kiện $1 \leq x \leq 2$; $1 \leq y \leq 2$.
 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{x+2y}{x^2+3y+5} + \frac{y+2x}{y^2+3x+5} + \frac{1}{4(x+y-1)}$$

Bài giải

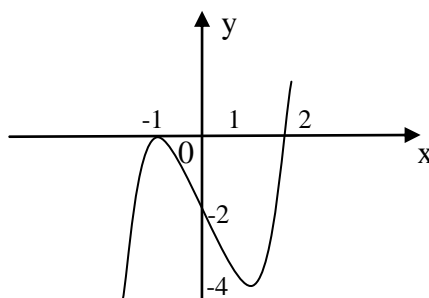
Câu 1:

- a) Tập xác định là R. $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$
		↙	↘	
		CD	CT	

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$; $(1; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$
 Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$; $y(-1) = 0$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$; $y(1) = -4$
 $y'' = 6x$; $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Điểm uốn I (0; -2)

Đồ thị :



b) $y'(x) = 9 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$y(-2) = -4; y(2) = 0$

Vậy hai điểm M là $(-2; -4)$ và $(2; 0)$

Câu 2: Giả thiết $\Leftrightarrow (3i - 2)z - (1 + i)\bar{z} = 8i - 1$

Gọi $z = a + ib \Rightarrow (3i - 2)(a + ib) - (1 + i)(a - ib) = 8i - 1$

$\Leftrightarrow -3a - 4b + (2a - b)i = 8i - 1$

$\Leftrightarrow 3a + 4b = 1$ và $2a - b = 8 \Leftrightarrow a = 3$ và $b = -2$

Vậy môđun của z là : $\sqrt{13}$.

Câu 3: $I = \int_0^{\pi/4} (x+1)\sin 2x dx$. Đặt $u = x+1 \Rightarrow du = dx$

$dv = \sin 2x dx$, chọn $v = -\frac{1}{2} \cos 2x$

$$I = -\frac{1}{2}(x+1)\cos 2x \Big|_0^{\pi/4} + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/4} \cos 2x dx = -\frac{1}{2}(x+1)\cos 2x \Big|_0^{\pi/4} + \frac{1}{4} \sin 2x \Big|_0^{\pi/4}$$

$$= 0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - 0 = \frac{3}{4}$$

Câu 4 : a) $\log_2(x - 1) - 2\log_4(3x - 2) + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \log_2(x - 1) - \log_2(3x - 2) = -2 \Leftrightarrow x > 1$ và $\log_2 \frac{x-1}{3x-2} = \log_2 \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow x > 1$ và $4(x - 1) = 3x - 2 \Leftrightarrow x = 2$

b) Số các đoạn thẳng lập được từ n đỉnh là C_n^2

Số cạnh của đa giác n đỉnh là n

Vậy số đường chéo của đa giác n đỉnh là: $C_n^2 - n$

Theo đề bài ta có $C_n^2 - n = 27 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 27$

$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 54 = 0 \Leftrightarrow n = 9$ hay $n = -6$ (loại)

Câu 5: (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z - 11 = 0$

$I(3; 2; 1); R = \sqrt{9+4+1+11} = 5.$ (P) : $6x + 3y - 2z - 1 = 0$

$d(I, (P)) = \frac{|18+6-2-1|}{\sqrt{36+9+4}} = \frac{21}{7} = 3 < 5 \Rightarrow (P)$ cắt (S) theo một đường tròn (C)

Δ là đường thẳng đi qua $I(3; 2; 1)$ và nhận $\vec{n}_p = (6; 3; -2)$ là vectơ chỉ phương

Tâm đường tròn (C) là giao điểm của Δ và (P) thỏa hệ phương trình :

$$\begin{cases} x = 3 + 6t & (1) \\ y = 2 + 3t & (2) \\ z = 1 - 2t & (3) \\ 6x + 3y - 2z - 1 = 0 & (4) \end{cases}$$

Thế (1), (2), (3) vào (4) ta được : $6(3 + 6t) + 3(2 + 3t) - 2(1 - 2t) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 49t + 21 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{7}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 6 \frac{-3}{7} = \frac{3}{7} \\ y = 2 + 3 \frac{-3}{7} = \frac{5}{7} \\ z = 1 - 2 \frac{-3}{7} = \frac{13}{7} \end{cases}$$

Câu 6 :

Gọi I là trung điểm của BC $\Rightarrow SI \perp BC \Rightarrow SI \perp mp(ABC)$

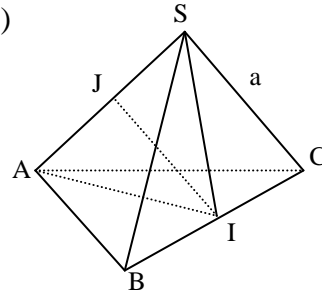
$$\Delta ABC \text{ vuông cân} \Rightarrow AI = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$$

$$S(ABC) = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SI = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Kẻ IJ vuông góc với SA, ΔSIA vuông góc tại I, IJ là khoảng cách giữa SA và BC

$$\Rightarrow \frac{1}{IJ^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} \Rightarrow IJ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$



Câu 7 : Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} 3x + 2y - 9 = 0 \\ x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A(1; 3)$$

Phương trình đường thẳng AD : $x = 1$

$$\text{Gọi } \alpha \text{ là góc hợp bởi AB và AD} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

Phương trình AC có dạng : $a(x - 1) + b(y - 3) = 0$

Gọi β là góc hợp bởi AD và AC $\Rightarrow \beta = \alpha$

$$\cos \beta = \frac{|a|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{3}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow 4a^2 = 9b^2. \text{ Chọn } b = 1 \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2} \text{ (loại } a = \frac{3}{2} \text{)}$$

\Rightarrow Phương trình AC : $-3x + 2y - 3 = 0$

Gọi γ là góc hợp bởi đường tiếp tuyến tại A với đường tròn ngoại tiếp ΔABC và đường thẳng AC. BC có pháp vectơ $(m; n)$

$$\Rightarrow \cos \gamma = \frac{|3m + 2n|}{\sqrt{13}\sqrt{m^2 + n^2}} = \cos B = \frac{1}{\sqrt{65}}$$

$$\Leftrightarrow 5(9m^2 + 4n^2 + 12mn) = m^2 + n^2 \Leftrightarrow 44m^2 + 19n^2 + 60mn = 0$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{-n}{2} \text{ hay } m = \frac{-19}{22}n$$

Vậy phương trình BC là : $x - 2y - 3 = 0$ hay $19x - 22y - 41 = 0$

Câu 8 :

Với Đk : $x \geq -2$ thì bất pt $\Leftrightarrow (x+1)(\sqrt{x+2}-2) + (x+6)(\sqrt{x+7}-3) \geq x^2 + 2x - 8$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{(x+6)(x-2)}{\sqrt{x+7}+3} \geq (x-2)(x+4)$$

$$\Leftrightarrow (x-2) \left[\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} - (x+4) \right] \geq 0 \quad (*)$$

Ta có: $\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} < \frac{x+1}{2} + \frac{x+6}{3} = \frac{5}{6}x + \frac{5}{2} = x+4 - \frac{x+9}{6} < x+4 \quad \forall x \geq -2$

Vậy (*) $\Leftrightarrow x-2 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$. Vậy $-2 \leq x \leq 2$ là nghiệm của bất phương trình.

Câu 9 :

$$P = \frac{x+2y}{x^2+3y+5} + \frac{y+2x}{y^2+3x+5} + \frac{1}{4(x+y-1)}$$

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ 1 \leq y \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-2) \leq 0 \\ (y-1)(y-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 3x-2 \\ y^2 \leq 3y-2 \end{cases}$$

$$P \geq \frac{x+2y}{3(x+y)+3} + \frac{y+2x}{3(x+y)+3} + \frac{1}{4(x+y-1)}$$

$$= \frac{x+y}{x+y+1} + \frac{1}{4(x+y-1)} = \frac{t}{t+1} + \frac{1}{4(t-1)}$$

Đặt $t = x+y$, đk $2 \leq t \leq 4$

$$f(t) = \frac{t}{t+1} + \frac{1}{4(t-1)}, t \in [2; 4]$$

$$f'(t) = \frac{1}{(t+1)^2} - \frac{1}{4(t-1)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2(t-1) = \pm(t+1) \Leftrightarrow 2t-2 = t+1 \text{ hay } 2t-2 = -t-1$$

$$\Leftrightarrow t = 3 \text{ hay } t = 1/3 \text{ (loại)}. \text{ Ta có } f(3) = \frac{7}{8}$$

$$\text{Khi } t = 3 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \vee x=2 \\ y=1 \vee y=2 \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ x=2 \\ y=1 \end{cases}. \text{ Vậy } P_{\min} = \frac{7}{8} \text{ tại } \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Phạm Viết Kha, Nguyễn Văn Hân, Trần Minh Quang
(Trường THPT Vĩnh Viễn – TP.HCM)